Bellavista, 17 de octubre, 2022

Señor(a):

RESOLUCIÓN DECANAL N° 122-2022-D-FCNM. - Bellavista 17 de octubre de 2022.- EL DECANO DE LA FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICA DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO:

Visto el OFICIO Nº 08-2022-JET-EPM-FCNM, recibido en forma virtual el 06 de octubre de 2022, por medio del cual el Presidente del Jurado Evaluador del Proyecto de Tesis presenta el Dictamen, para optar el Título Profesional de Licenciado en Matemática, e informa, que el proyecto titulado "DESCRIPCIÓN Y COMPARACIÓN DE LOS MÉTODOS DE OPTIMIZACIÓN MULTIOBJETIVO RESTRICCIÓN PARA EL MODELO DE MARKOWITZ" presentado por el Bachiller LINARES ALEJO JOSÉ FORTUNATO; ha sido evaluado y se resuelve aprobarlo.

CONSIDERANDO:

Que, el Art. 32° de la Ley Universitaria Ley N° 30220, norma que las Facultades son unidades de formación académica, profesional y de gestión, el Art. 70° numeral 2, 3 y 5, norma las atribuciones del Decano, a través de los Directores de los Departamentos, Directores de las Escuelas Profesionales, Unidad de Investigación y la unidad de Posgrado, y las demás dependencias, respectivamente; a fin de lograr un desarrollo académico y administrativo eficaz y eficiente, concordante con la misión, visión y valores de la Facultad FCNM;

Que, mediante Resolución del Consejo Universitario Nº 099-2021-CU de fecha 30 de junio del año 2021, se aprobó el Reglamento de Grados y Títulos de Pregrado de la Universidad Nacional del Callao, señalando en el Art. 33° que la titulación profesional por la modalidad de tesis se realiza por uno de los dos procedimientos: a) Sin ciclo de tesis, y b) Con ciclo de tesis; asimismo, en su Art. 73° precisa sobre la documentación que debe presentar el estudiante o egresado para aprobar su proyecto de tesis y acceder a la titulación profesional mediante dicha modalidad;

Que, con Resolución Rectoral Nº 285-2021-R de fecha 17 de mayo de 2021, se aprobó la Directiva Nº 002-2021-R PARA LA TITULACIÓN PROFESIONAL POR LA MODALIDAD DE TESIS CON CICLO DE TALLER DE TESIS EN LA UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO;

Que, con RESOLUCIÓN DECANAL Nº 021-2019-D-FCNM de fecha 04 de febrero de 2019 se aprueba la APERTURA, INSCRIPCIÓN Y DESARROLLO DEL TERCER CICLO TALLER DE TESIS DE LA FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICA DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO, designándose al mismo tiempo, al Profesor ordinario, adscrito al Departamento Académico de Matemática Lic. JUAN BENITO BERNUI BARROS, Coordinador del Tercer Ciclo Taller de Tesis, para la obtención del Título Profesional de Licenciado en Matemática, cumpliendo con las funciones establecidas en los artículos 46°, 47° 48° y 49° del Reglamento de Grados y Títulos de la Universidad Nacional del Callao, aprobado mediante Resolución de Consejo Universitario Nº 099-2021-CU, de fecha el 30 de junio de 2021;

Que, con Resolución de Consejo de Facultad Nº 028-2021-CF-FCNM de fecha 15 de marzo del 2021, se aprobó el PROYECTO DEL III CICLO TALLER DE TESIS PARA LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO PROFESIONAL DE LICENCIADO EN MATEMÁTICA DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO, que incluye el Cronograma de Actividades, docentes de cada módulo, **Asesores**, programación horaria, presupuesto y Personal Administrativo, con las modificaciones realizadas por el Consejo de Facultad, el mismo que consta de once (11) páginas;

Que, mediante RESOLUCIÓN DECANAL Nº 084-2022-D-FCNM de fecha 26 de agosto de 2022 se Designó, Jurado Evaluador de Proyecto de Tesis para obtener el título profesional de Licenciado en Matemática, del proyecto titulado: "DESCRIPCIÓN Y COMPARACIÓN DE LOS MÉTODOS DE OPTIMIZACIÓN MULTIOBJETIVO RESTRICCIÓN PARA EL MODELO DE MARKOWITZ" presentado por el Bachiller LINARES ALEJO JOSÉ FORTUNATO; Jurado que está integrado por los siguientes profesores: Dr. JULIO CÉSAR NÚÑEZ VILLA (Presidente), Dr. EDINSON MONTORO ALEGRE (Vocal), Dr. DIONICIO ORLANDO MORENO VEGA (Secretario), Lic. GABRIEL RODRÍGUEZ VARILLAS (Suplente);

Que, estando vigente el Estado de Emergencia Nacional y de Aislamiento Social Obligatorio establecido en el marco del Decreto de Urgencia N° 026-2020 por las graves circunstancias que afectan la vida de la Nación a consecuencia del brote del COVID-19. Se ha emitido la Resolución de Consejo Universitario N° 068-2020-CU, de fecha 25 de marzo de 2020, mediante la cual se resuelve "autorizar con eficacia anticipada, del 16 de marzo de 2020, y hasta que concluya el estado de emergencia nacional, la modificación del lugar de la prestación de servicios docentes y administrativos;

Que, corrido el trámite de la solicitud del recurrente, el presidente del Jurado Evaluador del Proyecto de Tesis presenta en forma virtual en mesa de partes de la Facultad de Ciencias Naturales y Matemática, el 06 de octubre de 2022, el Dictamen del proyecto de Tesis titulado: "DESCRIPCIÓN Y COMPARACIÓN DE LOS MÉTODOS DE OPTIMIZACIÓN

MULTIOBJETIVO RESTRICCIÓN PARA EL MODELO DE MARKOWITZ" presentado por el Bachiller LINARES ALEJO JOSÉ FORTUNATO, el cual, ha sido evaluado en su forma y fondo, dictaminando su aprobación;

Estando a lo glosado; a la documentación que obra en autos; a lo normado en el Reglamento de Grados y Títulos; y en uso de las atribuciones que le confiere el Art. 187° del Estatuto de la Universidad Nacional del Callao, modificado en Resolución de Asamblea Universitaria Nº 008-2022-AU, de fecha 28 de junio de 2022 y concordante con el Art. N° 70° de la ley universitaria, Ley N° 30220;

RESUELVE:

1º. APROBAR, con eficacia anticipada el Proyecto de Tesis para optar el Título Profesional de Licenciado en Matemática, titulado: "DESCRIPCIÓN Y COMPARACIÓN DE LOS MÉTODOS DE OPTIMIZACIÓN MULTIOBJETIVO RESTRICCIÓN PARA EL MODELO DE MARKOWITZ" presentado por el Bachiller LINARES ALEJO JOSÉ FORTUNATO; en el Tercer Ciclo Taller de Tesis para la obtención del Título Profesional de Licenciado en Matemática, de la Facultad de Ciencias Naturales y Matemática, de la Universidad Nacional del Callao.

2º. AUTORIZAR, a la Unidad de Investigación inscribir el tema de tesis y su autor señalado en la presente Resolución, en el Libro de Registro de Tesis, de acuerdo con el Reglamento de Grados y Títulos vigente.

3º. TRANSCRIBIR, la presente Resolución a los miembros del Jurado Evaluador, profesor asesor, Escuela Profesional y Departamento Académico de Matemática, Unidad de Investigación, Comisión de Grados y Títulos e interesado, para conocimiento y fines.

REGÍSTRESE, COMUNÍQUESE Y ARCHÍVESE

Fdo. **Dr. JUAN ABRAHAM MÉNDEZ VELÁSQUEZ**. -Decano y Presidente del Consejo de Facultad de la Facultad de Ciencias Naturales y Matemática de la Universidad Nacional del Callao.

Fdo. **Mg. GUSTAVO ALBERTO ALTAMIZA CHÁVEZ**.-Secretario Académico
Lo que transcribo a usted para los fines pertinentes.

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICA

Dr. Juan Abraham Méndez Velásquez
Decano

PROVEÍDO N°615-2022-D-FCNM

Ref. : **OFICIO N° 08-2022-JET-EPM-FCNM**
DICTAMEN N° 08-2022-JET-FCNM
Jurado Evaluador del Proyecto de Tesis
III CICLO TALLER DE TESIS FCNM 2021
Bach. LINARES ALEJO, José Fortunato
Escuela Profesional de Matemática

DERÍVESE, el documento indicado de la referencia a la **Oficina de Secretaría Académica de la FCNM**, para la emisión de la respectiva resolución.

Bellavista, 07 de octubre de 2022

Atentamente,

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICA

Dr. Juan Abraham Méndez Velásquez
Decano

JAMV/hc
Archivo

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICA

JURADO EVALUADOR DE TESIS

(R. D. Nº 084-2022-D-FCNM)

Lima, 06 octubre 2022

OFICIO Nº 08-2022-JET-EPM-FCNM

Señor

Dr. Juan A. Méndez Velásquez
Decano de la Facultad de Ciencias Naturales y Matemática
Presente.-

De mi consideración:

Tengo el agrado de dirigirme a usted para expresarle un cordial saludo y en atención al Memorando Nº 050-2022-D-FCNM, remitir a su despacho el expediente con el Dictamen del Jurado Evaluador del Proyecto de Tesis titulada: "DESCRIPCIÓN Y COMPARACIÓN DE LOS MÉTODOS DE OPTIMIZACIÓN MULTIOBJETIVO RESTRICCIÓN PARA EL MODELO DE MARKOWITZ" presentado por el bachiller Linares Alejo José Fortunato.

Atentamente,

…………………………………..

Dr Julio César Nuñez Villa
Presidente de Jurado Evaluador de Tesis

06 de octubre 2022

DICTAMEN N°08-2022- JET-FCNM

El Jurado Evaluador del Proyecto de Tesis: "DESCRIPCIÓN Y COMPARACIÓN DE LOS MÉTODOS DE OPTIMIZACIÓN MULTIOBJETIVO RESTRICCIÓN PARA EL MODELO DE MARKOWITZ" presentado por el bachiller Linares Alejo José Fortunato, designado con Resolución Decanal Nº 084-2022-D-FCNM, reunido en sesión virtual ordinaria del día miércoles 05 de octubre a las 23: 40 hrs., revisan cuidadosamente el Proyecto de Tesis presentado, en forma y fondo; por lo que el Jurado de Proyecto de Tesis toman el siguiente:

ACUERDO:

1 º **Aprobar** el proyecto de tesis titulado: "DESCRIPCIÓN Y COMPARACIÓN DE LOS MÉTODOS DE OPTIMIZACIÓN MULTIOBJETIVO RESTRICCIÓN PARA EL MODELO DE MARKOWITZ" presentado por el bachiller Linares Alejo José Fortunato.

2º Remitir al Señor Decano de la Facultad de Ciencias Naturales y Matemática el presente dictamen, acompañado la versión virtual del expediente respectivo para que, según lo dispuesto por el Reglamento de Grados y Títulos de Pregrado de la Universidad Nacional del Callao, se continúe con el trámite.

………………………………	………………………………	………………………………
Dr. Julio César Nuñez Villa	Dr. Edinson Montoro Alegre	Dr. Dionicio Orlando Moreno Vega
Evaluador de Tesis	Jurado Evaluador de Tesis	Jurado Evaluador de Tesis
PRESIDENTE	VOCAL	SECRETARIO

Lic. Gabriel Rodríguez Varillas
Jurado Evaluador de Tesis
SUPLENTE

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICA
JURADO EVALUADOR DE TESIS

CITACION N° 008-2022-JEPT-FCNM

Señores

Dr. Nuñez Villa Julio César
Dr. Edinson Montoro Alegre
Dr. Dionicio Orlando Morena Vega
Lic. Gabriel Rodríguez Varillas
Miembros del Jurado Evaluador de Tesis
Presente.-
A través del presente cito a usted con carácter de urgencia a la reunión a llevarse a cabo en la fecha, hora y lugar siguientes:

Fecha : Miércoles 5 de octubre del 2022
Hora : 23:40
Enlace : https://meet.google.com/uaq-cygq-bbi

AGENDA

✓ Expediente de tesis "Descripción Y Comparación De Los Métodos De Optimización Multiobjetivo Restricción Para El Modelo De Markowitz" del Bachiller Linares Alejo José Fortunato.

*Se adjunta RESOLUCIÓN DECANAL Nº 084-2022-D-FCNM

Lima, 5 de octubre del 2022

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMATICA
JURADO EVALUADOR DE PROYECTO DE TESIS

Dr. Nuñez Villa Julio César
Presidente

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICA
JURADO EVALUADOR DE TESIS

CITACION N° 008-2022-JEPT-FCNM

Señores

Dr. Nuñez Villa Julio César
Dr. Edinson Montoro Alegre
Dr. Dionicio Orlando Morena Vega
Lic. Gabriel Rodríguez Varillas
Miembros del Jurado Evaluador de Tesis

Presente.-
A través del presente cito a usted con carácter de urgencia a la reunión a llevarse a cabo en la fecha, hora y lugar siguientes:

Fecha : Miércoles 5 de octubre del 2022
Hora : 23:40
Enlace : https://meet.google.com/uaq-cygq-bbi

AGENDA
✓ Expediente de tesis "Descripción Y Comparación De Los Métodos De Optimización Multiobjetivo Restricción Para El Modelo De Markowitz" del Bachiller Linares Alejo José Fortunato.

*Se adjunta RESOLUCIÓN DECANAL Nº 084-2022-D-FCNM

Lima, 5 de octubre del 2022

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMATICA
JURADO EVALUADOR DE PROYECTO DE TESIS

Dr. Nuñez Villa Julio César
Presidente

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICA
JURADO EVALUADOR DE TESIS

ASISTENCIA

(Miércoles 5 de octubre del 2022)

CITACION N° 008-2022-JEPT-FCNM
Miembros del Jurado Evaluador de Tesis

Señores

Dr. Julio César Nuñez Villa ____________________

Dr. Edinson Montoro Alegre ____________________

Dr. Dionicio Orlando Morena Vega ____________________

Lic. Gabriel Rodríguez Varillas ____________________

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICA
JURADO EVALUADOR DE TESIS

CARGO

(Miércoles 5 de octubre del 2022)

CITACION N° 008-2022-JEPT-FCNM
Miembros del Jurado Evaluador de Tesis

Señores

Dr. Julio César Nuñez Villa ____________________

Dr. Edinson Montoro Alegre ____________________

Dr. Dionicio Orlando Morena Vega ____________________

Lic. Gabriel Rodríguez Varillas ____________________

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICA

ESCUELA PROFESIONAL DE MATEMÁTICA

PROYECTO DE INVESTIGACIÓN

“Descripción y Comparación de los Métodos de Optimización Multiobjetivo NISE y ε – Restricción para el Modelo de Markowitz”

Autor:

José Fortunato Linares Alejo

Asesor:

Dr. Pedro Canales García

Línea de investigación:

Análisis Numérico y Matemática Computacional.

Callao, 2022

PERÚ

José Fortunato Linares Alejo

Bachiller

Dr. Pedro Canales García

Asesor

INFORMACIÓN BÁSICA

1. **Facultad:** Facultad de Ciencias Naturales y Matemática
2. **Unidad de Investigación:** Departamento de Matemática
3. **Título:** “Descripción y Comparación de los Métodos de Optimización Multiobjetivo NISE y ε – Restricción para el Modelo de Markowitz”
4. **Autor:** José Fortunato Linares Alejo

   ORCID: 0000-0003-4203-9619
5. **Asesor:** Dr. Pedro Canales García

   ORCID: 0000-0002-9299-4158
6. **Lugar de ejecución:** Facultad de Ciencias Naturales y Matemática
7. **Unidades de análisis:** Métodos de Optimización Multiobjetivo
8. **Tipo de Investigación:** Básica
9. **Tema OCDE:** 1.01.01 (Matemática Pura)

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN

La investigación en optimización de portafolios ha tenido un gran avance, en Perú y en el mundo, desde que Markowitz (1952) publicó su primer trabajo. De hecho, si se consulta cuántas veces ha sido citado este investigador, se encuentran más de 25.000 artículos. Dicha cifra podría dar cuenta de su relevancia e impacto en la investigación en optimización de portafolios en la última década.

En el caso del sector financiero peruano, la optimización de portafolios es una práctica del día a día; por su impacto en las finanzas de los fondos de pensiones, de las aseguradoras y de otras entidades financieras y personas naturales, se considera necesario analizar la composición de carteras bajo los métodos NISE y $\varepsilon -$ restricción en el modelo de Markowitz tomando como insumos activos financieros peruanos.

El presente proyecto de investigación desarrolla en su contenido, la aplicación de los métodos de optimización multiobjetivo NISE y $\varepsilon -$ restricción en el modelo de Markowitz. Para esto se considerará el siguiente esquema:

1. En primer lugar, se definen algunos conceptos relacionados con el conjunto de soluciones, como la eficiencia, para entender cuál sería la mejor solución para este tipo de problemas, se presentará algunas condiciones de optimización de primer orden, incluidas las del tipo Fritz John para problemas de optimización multiobjetivo. También se discutirá algunas condiciones de regularidad y regularidad total, que juegan el mismo papel que las condiciones de calificación en Programación No Lineal, proporcionando la estricta positividad de los multiplicadores de Lagrange asociados con funciones objetivas.

2. Con respecto al modelo de Markowitz, el problema de la selección de la cartera de inversión muestra dos funciones objetivo, la primera es maximizar el rendimiento y la segunda, no menos importante que la primera, es minimizar el riesgo. En el modelo de Markowitz se considera el planteamiento del problema cuadrático de minimización del riesgo con dos restricciones. La primera restricción es el rendimiento, cuya magnitud de esta cambia en función de un parámetro. La segunda restricción, considerará a la suma de variables de decisión igual al 100%. Con este modelo se obtiene la frontera de carteras eficientes considerando el riesgo y el rendimiento en función de la covarianza entre las acciones.

3. Posteriormente, se describen y comparan los métodos de optimización multiobjetivo NISE y $\varepsilon -$ restricción en el modelo de Markowitz, en las áreas de Detección comprimida y optimización de la cartera.

CAPÌTULO I

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1 Descripción de la realidad problemática

En el contexto de esta investigación se tiene como principal modelo para determinar la inversión la solución de una optimización por medio de la teoría de media-varianza de Markowitz. Este modelo está basado en la teoría de la elección de portafolios de inversión mediante una medida de riesgo, que es la varianza o volatilidad dado un rendimiento deseado.

Los portafolios eficientes según Markowitz son aquellos que tiene un mínimo riesgo, para un retorno dado o equivalentemente un máximo retorno para un nivel de riesgo dado. Para encontrar portafolios eficientes se minimiza la varianza del portafolio que depende de la matriz de varianzas covarianzas. Su estimación precisa es fundamental en la determinación del portafolio eficiente en el modelo de media-varianza. Para poder integrar una cartera de inversión equilibrada lo más importante es la diversificación ya que de esta forma se reduce la variación de los rendimientos.

La idea de la cartera óptima es diversificar las inversiones para así disminuir las fluctuaciones en la rentabilidad total de la cartera y por lo tanto también el riesgo. Dada la teoría de carteras de Markowitz, esta investigación pretende describir y comparar los métodos de optimización multiobjetivo: NISE y $\varepsilon -$ restricción aplicada a la teoría de Portafolio, en particular al modelo de Markowitz, es decir:

El problema abordado es:

$$\min \ f(x) = x'Qx - \mu'x \qquad 1.1$$
$$s.a: \sum_{i=1}^{n} x_i = 1; \ \ x \geq 0$$

Donde:

$\mu = (\mu_1, \ldots, \mu_n)$ el vector compuesto por los rendimientos esperados de las inversiones.

Q: matriz de covarianza

f: función multiobjetivo $\quad f: R^n \rightarrow R^n$

f_k: función objetivo $\quad f_k: R^n \rightarrow R$

Este problema 1.1 se resolverá usando los métodos de optimización multiobjetivo NISE y $\varepsilon -$ restricción.

Para la aplicación del método NISE, el modelo de Markowitz dado en 1.1 sufre la siguiente transformación; para eso utilizaremos, dos funciones objetivas:

$$\min f_1(x) = x'Qx \quad \text{y} \quad \max f_2(x) = \mu'x.$$

El modelo de varianza promedio (MV) de Markowitz que usaremos se puede formular de la siguiente manera:

$$\max \ \mu'x - \gamma x'Qx \qquad 1.2$$
$$s.a: \sum_{i=1}^{n} x_i = 1; \ \ x \geq 0$$

donde $\gamma \geq 0$ es una constante de aversión al riesgo, que se puede variar para obtener el límite eficiente.

Y para el método $\boldsymbol{\varepsilon} -$ **restricción**, el retorno esperado se restringe a un valor mínimo R.

$$
\begin{aligned}
& min \quad x'Qx \\
& s.a: \quad \mu' x \geq R \\
& \sum_{i=1}^{n} x_i = 1; \quad x \geq 0
\end{aligned}
\tag{1.3}
$$

donde R: valor mínimo deseado para el rendimiento esperado.

Cuando un valor es conocido por R dentro del rango donde está el límite eficiente, podemos cambiar el menor o igual a igual simplemente, obtener $\mu x = R$. Tal problema es exactamente una aplicación del método $\boldsymbol{\varepsilon} -$ **restricción**, dado que la varianza de una variable siempre es no negativa, Q es una matriz positiva semidefinida.

Nuestro objetivo es, por tanto, presentar y aplicar dos métodos de Optimización multiobjetivo que no se ha aplicado en el contexto de la optimización de la cartera y comparar sus resultados, sobre el modelo de Markowitz.

1.2 Formulación del problema

1.2.1 Problema General

¿Se podrá describir y comparar los métodos de optimización multiobjetivo NISE y $\boldsymbol{\varepsilon}$ – restricción para el modelo de Markowitz?

1.2.2 Problemas Específicos

¿Se podrá describir los métodos de optimización multiobjetivo NISE y $\boldsymbol{\varepsilon}$ – restricción para el modelo de Markowitz?

¿Se podrá comparar los métodos de optimización multiobjetivo NISE y $\boldsymbol{\varepsilon}$ –restricción para el modelo de Markowitz?

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo General

Describir y comparar los métodos de optimización multiobjetivo NISE y $\boldsymbol{\varepsilon}$ – restricción para el modelo de Markowitz.

1.3.2 Objetivos Específicos

Describir los métodos de optimización multiobjetivo NISE y $\boldsymbol{\varepsilon}$ – restricción para el modelo de Markowitz.

Comparar los métodos de optimización multiobjetivo NISE y $\boldsymbol{\varepsilon}$ – restricción para el modelo de Markowitz.

1.4 Justificación

Dentro del área de optimización, existen problemas en los que existen varios objetivos a alcanzar en lugar de solo uno. Estos objetivos a menudo están en conflicto entre sí y rara vez existe una solución óptima para todos los objetivos simultáneamente. Esas son las características de un problema de optimización multiobjetivo (POM), también conocido como problema de optimización multicriterio.

El proceso de optimización, sin embargo, pertenece a otro más general, llamado Toma de Decisiones Multicriterio (TDMC). Esta distinción entre dos procesos se debe principalmente a las diferentes áreas que trabajan con problemas con múltiples objetivos utilizando sus herramientas específicas, como la investigación operativa y Economía. Como el proceso TDMC es muy completo, es posible distinguir los problemas existentes y las áreas respectivas que los tratan en dos tipos. El primero, llamado la división multicriterio, es un área que se ocupa de problemas en los que el conjunto de soluciones viables es discreto, predeterminado y finito. En el segundo tipo, llamado Optimización Multiobjetivo, las soluciones viables no se conocen explícitamente, pero suelen estar representadas por restricción. (Miettinen, 1999).

En este proyecto de investigación, presentamos algunos métodos para resolver problemas de optimización multiobjetivo encontrado en (Cohon, 1978), (Zadeh, 1963) y (Haimes, 1971). Tales métodos consisten en dar solución al problema multiobjetivo. Lo llamamos escalarización, la transformación de un problema con varios objetivos en otro con un solo objetivo. Estudiaremos en este trabajo los métodos de optimización multiobjetivo **NISE** y $\boldsymbol{\varepsilon}$ **restricción** para el modelo de Markowitz.

Por ejemplo, considere un conjunto de n inversiones que contienen acciones de empresas, fondos mutuos, opciones y otros derivados. Estas inversiones tienen riesgos y rendimientos futuros asociados a ellas. Queremos saber cuánto debemos invertir en cada uno para que el rendimiento futuro total sea el máximo posible, y el riesgo, el mínimo posible. En otras palabras, queremos **optimizar** nuestro portafolio.

Generalmente, las inversiones que brindan el mayor rendimiento esperado son aquellas que ocasionan mayores riesgos. En la teoría de la cartera moderna, introducida en (Markowitz, 1952) y será considerado en este trabajo, el inversor puede elegir una compensación entre el riesgo y el rendimiento esperado del portafolio a través de la curva de frontera eficiente.

Es así, que el presente trabajo tiene su justificación en la aplicación práctica sobre modelos altamente estudiados considerando problemas multiobjetivo en particular el estudio del método **NISE** y $\boldsymbol{\varepsilon}$ **restricción**.

1.5 Delimitantes de la investigación

1.5.1 Teórica

No se aplica en este tipo de proyecto.

1.5.2 Temporal

No se aplica en este tipo de proyecto.

1.5.3 Espacial

No se aplica en este tipo de proyecto.

CAPÍTULO II

MARCO TEÓRICO

2.1 Antecedentes Internacional y Nacional

2.1.1 Antecedentes Internacionales

Fazzio N. (2018) en su tesis titulada "*Teoría y métodos para problemas de optimización multiobjetivo*", de la Universidad Nacional de la Plata (Argentina), planteó en su trabajo que existe una gran variedad de métodos para resolver problemas multiobjetivo. La elección de un método optimización multiobjetivo debe ser realizada con cuidado ya que no existe un método mejor que todos los otros.

Raimundo M. (2019) en su artículo titulado "*Una extensión del algoritmo de estimación de conjuntos no inferiores (**NISE**) para muchos objetivos*", de la Universidad de Campinas (Brasil), planteo un trabajo novedoso con un enfoque de optimización multiobjetivo que encuentra un representante del conjunto de soluciones no inferiores a nivel global, también conocidas como soluciones óptimas de Pareto, mediante la formulación de una secuencia de problemas de escalarización del método de sumas ponderadas.

Stefan B. (**2019**) en su artículo titulado "*Un enfoque multiobjetivo basado en múltiples escenarios*", del Instituto de Investigación de Operaciones e Informática Empresarial, Escuela de Economía y Negocios de Schumpeter, Universidad de Wuppertal, Alemania, analizó una variante multiobjetivo del conocido Problema del vendedor ambulante (TSP) y el Problema del reparador viajero (TRP) para abordar el conflicto clásico entre la minimización de costos (representada por el TSP) y la minimización del tiempo de espera del cliente (representado por el PRT).

2.1.2 Antecedentes Nacionales

Fretel I. (**2018**) en su tesis titulada "*Aplicación del modelo de Markowitz en el mercado de acciones peruano"* de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos (UNMSM-PERÚ), presenta un estudio detallado de la importancia de la diversificación de los portafolios en el mercado peruano, considerando que los riesgos pueden minimizarse si el importe total que se quiere invertir se divide entre un conjunto de acciones.

2.2 Bases Teóricas

En esta sección se presenta las notaciones, definiciones y resultados importantes necesarios para el desarrollo del trabajo de investigación. Para esto, se siguió lo mostrado en (Luc, 1989) y (Sawaragi, 1985). Además, le presentaremos los conceptos básicos de optimización multiobjetivo que se encuentran en (Cohon, 1978), (Kuhn y Tucker, 1951), y (Zadeh, 1963).

2.2.1 Optimización Multiobjetivo

Definición 2.2.1.1: Una solución $x^* \in X$ es eficiente si no existe otro punto $x \in X$ tal que $f(x) \leq f(x^*)$ y $f(x) \neq f(x^*)$.
Si un punto viable no satisface la definición, se denomina *ineficiente*.

Definición 2.2.1.2: Una solución $x^* \in X$ es local eficiente si hay $\delta > 0$ tal que, x^* es eficiente en $X \cap N(x^*, \delta)$, donde:

$$N(x, \delta) = \{y \mid y \in \Re^n, \|x - y\| < \delta\}.$$

Definición 2.2.1.3: Una solución $x^* \in X$ es débilmente eficiente si no existe un punto $x \in X$, tal que $f\,(x) < f\,(x^*)$.

Definición 2.2.1.4: Una solución $x^* \in X$ es local débilmente eficiente, si existe un δ > 0 tal que x^* es débilmente eficiente, si $X \cap N\,(x^*, \delta)$.

Definición 2.2.1.5: Un cono linealizado de $X\ en\ x \in X$ es el conjunto dado por: $L \leq (X, x) = \{y \mid \nabla g_i(x)'y \leq 0, i \in A\,(x)\}$,
donde $A\,(x) = \{i \mid g_i\,(x) = 0\}$ es un conjunto de índices de las restricciones evaluadas en x.

Definición 2.2.1.6: Se dice que el conjunto de restricciones X satisface la Condición de Calificación de Kuhn Tucker **(CQKT)** si, para cada $x \in X$ tal que $A\,(x) \neq \emptyset$, toda dirección d que satisface $\nabla g_j(x)'d \leq 0,\ j \in A\,(x)$, es tangente a un arco diferenciable contenido en X.

Definición 2.2.1.7: [Kuhn-Tucker]
Si las funciones: $f_k, k = 1, \ldots, p, y\ g_i, i = 1, \ldots, m,$ son diferenciables y que cumplen con **CQKT**. Una solución eficiente $x^* \in X$ es **propiamente eficiente** si ocurre uno de dos casos:

(1) Si $A\,(x^*) = \emptyset, J_f\,(x^*)d \leq 0\ y\ J_f\,(x^*)d \neq 0$ para ningún $d \in \mathfrak{R}^n$.
(2) Si $A(x^*) \neq \emptyset$, $J_f\,(x^*)d \leq 0$ para ningún $d \in L_{\leq}\,(X, x^*)$.

Para excluir soluciones efectivas de este tipo, Geoffrion (2015) modificó la definición de su eficiencia propia, restringiendo aún más el número de soluciones eficientes consideradas como propias. Esta nueva definición de **auto eficiencia** se muestra a continuación

Definición 2.2.1.8: [Geoffrion] Una solución eficiente $x^* \in X$ es propiamente eficiente, si existe $M > 0$ tal que para cada $i = 1, \ldots, p$ y cada $x \in X$ se cumple que si $f_i(x) < f_i(x^*)$, existe al menos un $j \neq i$ tal que $f_j(x) > f_j(x^*)$ y $f_i(x^*) - f_i(x) \leq M(f_j(x) - f_j(x^*))$.

Definición 2.2.1.9: Una solución eficiente $x^* \in X$ es local propiamente eficiente, si existe un $\delta > 0$ tal que x^* es propiamente eficiente en $X \cap N(x^*, \delta)$.

2.2.2 Método de optimización multiobjetivo: NISE

El método **NISE** *(*Estimación de conjuntos no inferiores*)* es un método propuesto en (Cohon, 1979) para obtener una buena aproximación de la frontera eficiente para problemas donde el conjunto factible en el espacio objetivo es convexo, también se presenta en detalle un algoritmo que implementa este método para la resolución de problemas con **dos objetivos** y, con algunas modificaciones, para problemas con más de dos objetivos.

Descripción del método

Para explicar mejor el método, considere un problema de **dos funciones objetivo**, $f_1 \; y \; f_2$, donde el conjunto viable $\bar{X}$ es convexo en el espacio objetivo. Supongamos que encontramos dos soluciones eficientes, $A \; y \; B$. Entonces, el segmento de línea que conecta $A \; y \; B$ en el espacio objetivo es viable y puede ser eficiente o ineficiente.

- Si es **eficiente**, moviéndose en la dirección del ortante no positivo, estamos fuera del conjunto viable del problema.
- Si es **ineficiente**, moviéndose en la misma dirección, habrá puntos correspondientes a soluciones eficientes.

2.2.3 Método de optimización multiobjetivo: ε – Restricción

El método de ε-restricción es bien conocido. Consiste en minimizar un solo objetivo mientras los demás se incorporan al conjunto de restricciones del problema, estando restringidos por los valores de los componentes de un vector $\varepsilon \in \Re^{p-1}$, previsto a priori. Este enfoque de optimizar una función objetivo mientras se incorporan otras en las restricciones parece haber sido sugerido inicialmente en (Marglin, 1967) posteriormente (Haimes, 1971) presentó una nueva formulación para un problema que involucra dos funciones objetivo, el método de ε –restricción es un método cuyo objetivo es obtener una aproximación eficiente a la frontera del problema.

El problema (1.1) escalarizado en relación con el objetivo *k*, usando este método con un vector $\varepsilon \in \Re^{p-1}$, se convierte en el siguiente problema:

$$P_k(\in): min\ f_k(x)$$
$$s.a: f_j(x) \leq \epsilon_j, \quad j = 1, \dots, p, \ \ j \neq k,$$
$$g_i(x) \leq 0, \qquad i =, \dots, m.$$

Relación con el problema multiobjetivo

Proposición 2.2.3.1: x^* es una solución eficiente al problema multiobjetivo si, y solo si, x^* resuelve $P_k\ (\varepsilon^*), con\ \varepsilon_j^* = f_j\ (x^*), j\ \neq k$, para todos $k = 1, \dots, p$.

Por lo tanto, por el resultado anterior, tenemos una condición necesaria y suficiente para que una solución sea eficiente. Sin embargo, en la práctica, este resultado puede no ser de mucha utilidad, ya que es necesario comprobar la optimalidad de x^* para todas las *p* funciones objetivo.

Proposición 2.2.3.2: Si x^* una solución óptima única de $P_k\ (\epsilon^*)$, con $\epsilon_j^* = f_j\ (x^*), j \neq k$, para un determinado k. Entonces, x^* es una solución eficiente al problema multiobjetivo.

Proposición 2.2.3.3: Si x^* es solución óptima de $P_k\ (\epsilon^*), \text{con}\ \epsilon_j^* = f_j\ (x^*), j \neq k$, para un determinado k y las funciones objetivo y de restricción son todas convexas. Entonces, existe un vector $w \geq 0$ tal que x^*es una solución óptima de $\mathrm{P}\ (w)$.

Proposición 2.2.3.4: Si x^* es solución óptima de $P\ (w)$ para un vector dado $w \geq 0$, Dónde $w_k > 0$ para un determinado k. Entonces, x^* es la solución óptima de $P_k\ (\epsilon^*)$, con $\epsilon_j^* = f_j\ (x^*), j \neq k$

Para una mayor claridad de resultados posteriores, presentamos las condiciones KKT para problema de ε - restricción (KKT_ϵ), mostrando que son necesarios, en determinadas condiciones, para garantizar la optimalidad de $P_k\ (\varepsilon)$.

Proposición 2.2.3.5: [condiciones KKT para $\mathbf{P}_{\boldsymbol{k}}(\boldsymbol{\epsilon})$ $(\mathbf{KKT}_{\boldsymbol{\epsilon}})$]

Si $f_j\ (x), j = 1, \ldots, p$, y $g_i(x), i = 1, \ldots, m$, son funciones continuamente diferenciables y $x \in X \cap \{x \mid f_j(x) \leq \varepsilon_j, j = 1, \ldots, p,\ j \neq k$ es un mínimo local de $P_k\ (\epsilon)$ para un determinado k y algún $\epsilon \in \Re^{p-1}$ y alguna condición de calificación en x, entonces existen multiplicadores $\lambda_j \geq 0, j = 1, \ldots, p, j \neq k,\ y\ \mu_i \geq 0, i = 1, \ldots, m$ tal que:

$$f_k(x) + \sum_{j \neq k} \lambda_j \nabla f_j(x) + \sum_{i=1}^{m} \mu_j \nabla g_i(x) = 0$$

$$\lambda_j \left(f_j(x) - \epsilon_j\right) = 0,\ j = 1, \ldots, p,\ j \neq k,$$

$$\mu_j g_i\ (x) = 0,\ i = 1, \ldots, m,$$

Proposición 2.2.3.6: Supongamos que x^* es una solución propiamente eficiente de POM (1.1). Sea $k \in \{1, \dots, p\}$. Supongamos que los gradientes de las restricciones $P_k(\epsilon^*)$, con $\epsilon_j^* = f_j(x^*), j \neq k$ evaluadas en x^* son linealmente independientes y que todas las funciones f_i y g_i son continuamente diferenciables. Entonces, x^* resuelve $P_k(\epsilon^*)$ y satisface las condiciones KKT_ϵ con $(\lambda, \mu) \geq 0$ para $P_k(\epsilon^*)$.
Además, todos los multiplicadores de Lagrange asociados con las restricciones $f_j(x) \leq \epsilon_j, j \neq k$, de $P_k(\epsilon^*)$ son estrictamente positivos.

Proposición 2.2.3.7: Si $x^* \in X$ es débil regular, entonces x^* cumple con las condiciones KKT_ϵ para $P_k(\epsilon^*)$, dónde $\epsilon_j^*= f_j(x^*),\ j \neq k$, para todo *k* tal que $\lambda_k > 0$, siendo este el multiplicador de Lagrange de FJPOM (Fritz John) asociado con la $k - ésima$ función objetivo.

Proposición 2.2.3.8: Si $x^* \in X$ cumple con las condiciones KKT_ϵ para $P_k(\epsilon^*)$, dónde $\epsilon_j^* = f_j(x^*) = j \neq k,$ entonces x^* es regular débil.

Colorario: $x^* \in X$ es débil regular si, y solo, si x^* cumple con las condiciones KKT_ϵ para $P_k(\epsilon^*)$, dónde $\epsilon_j^* = f_j(x^*),\ j \neq k$.

Proposición 2.2.3.9: si x^* es una solución óptima de $P_k(\epsilon^*)$, dónde $\varepsilon_j^* = f_j(x^*), j \neq k,$ para un determinado k, además todas las funciones objetivo y de restricción son convexas y los gradientes de las funciones de restricción $P_k(\epsilon^*)$, evaluados en x^* son linealmente independientes (por lo tanto, x^* cumple con las condiciones $KKT_\in$ para $P_k(\epsilon^*)$). Supongamos, entonces, que los multiplicadores de Lagrange de las condiciones $KKT_\in$ asociado a las restricciones $f_j(x) \leq \epsilon_j,\ j \neq k$, son estrictamente positivos. Entonces, x^* es una solución propiamente eficiente al problema multiobjetivo.

Modelo de Markowitz y Optimización Multiobjetivo

Sea $\mu = (\mu_1, \ldots, \mu_n)'$ el vector compuesto por los rendimientos esperados de las inversiones. Tenemos, dos objetivos: minimizar $f_1(x) = x'Qx$ y maximizar $f_2(x) = \mu'x$. De esta forma, podemos utilizar la teoría y los métodos de Optimización Multiobjetivo para resolver problemas de Optimización del Portafolio.

El modelo de varianza promedio (MV) de Markowitz que usaremos se puede describir de varias maneras formas, siendo una de ellas la siguiente:

$$\max\ \mu'x - \delta x'Qx$$
$$s.a: \sum_{i=1}^{n} x_1 = 1$$

dónde $\delta \geq 0$ es una constante de aversión al riesgo, que puede ser variada para obtener la frontera eficiente. Otra formulación bien conocida se da restringiendo los retornos esperados a un valor mínimo:

$$\min \quad x'Qx$$
$$s.a: \quad \mu'x \geq R,$$
$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1$$

dónde *R* es un valor mínimo que se desea para el retorno esperado. Cuando se conoce un valor para R dentro de la frontera eficiente, podemos cambiar el menor o igual por igual solamente, si obtenemos $\mu'x = R$. Tal problema es exactamente una aplicación del **método de ε-restricción**.

2.3 Marco Conceptual

Debido a la naturaleza formal del estudio, basaremos el trabajo en definiciones y teoremas formales que admiten una demostración o descripción exhaustiva con relación a la línea de optimización, pero también debemos conocer conceptos utilizados en el sector de la cartera de inversión.

Modelo de Markowitz

Es un modelo cuyo objetivo consiste en encontrar la cartera de inversión óptima para cada inversor en términos de rentabilidad y riesgo. Esto, realizando una adecuada elección de los activos que componen dicha cartera.

Cartera o Portafolio de inversión

Una cartera o portafolio de inversión es el conjunto de activos con el que un inversor o ahorrador lleva a cabo su estrategia financiera. Es decir, es el conjunto de productos financieros y bienes a los que el ahorrador destina su dinero con el fin de obtener una rentabilidad por ello.

Óptimo de Pareto

Es aquel punto de equilibrio en el que ninguno de los agentes afectados puede mejorar su situación sin reducir el bienestar de cualquier otro agente. Por lo tanto, si un individuo que forme parte del sistema de distribución, producción y consumo puede mejorar su situación sin perjudicar a otro nos encontraremos en situaciones no óptimas en el sentido paretiano.

Inversión

Una inversión es una actividad que consiste en dedicar recursos con el objetivo de obtener un beneficio de cualquier tipo.

2.4 Definición de términos básicos

Definición 1: Optimización.

Término Optimizar incluirá a ambos objetivos tanto de Minimización como de Maximización de la función objetivo, según Papa (2009) “la optimización es una de las ´áreas de la matemática que estudia el problema de minimizar o maximizar una función sujeta generalmente a restricciones sobre su dominio” (p.9).

Definición 2: Función objetivo.

También llamado ´índice de rendimiento o criterio de elección, según Canales (2009), la función objetivo “es la función que debe minimizarse o maximizarse” (p.64). Este es el elemento utilizado para decidir los valores adecuados de las variables de decisión que resuelven el problema de optimización. La función objetivo permite determinar los mejores valores para las variables de decisión.

Definición 3: Restricción.

Es la región factible o viable donde se encuentra la solución óptima para minimizar o maximizar la función objetivo, las restricciones pueden ser con igualdad o desigualdad.

Restricciones con desigualdad: Son ecuaciones entre las variables de la forma

$$h(x) = h(x_1, . . . x_n) \leq 0$$

donde h: $A \subseteq IR^n \rightarrow IR$ es una función real de variables reales definida sobre un conjunto A de números reales.

Restricciones con igualdad: Son ecuaciones entre las variables de la forma: $h(x) = 0$

donde $h: A \subseteq IR^n \rightarrow IR^m$ es una función / $h(x) = (h_1(x), h_2(x), \ldots , h_m(x))$, con $h_i : IR^n \rightarrow IR$.

Definición 4: Solución óptima.

Diremos que $x = (x_1, \ldots, x_n) \in A \subseteq IR$ es solución factible si cumple con las condiciones de las restricciones del problema de programación no lineal (PPNL), además de optimizar la función objetivo, Canales, (2004) afirma "un punto $x^* \in S$ se dice que es una solución óptima completa del problema de minimización si $f(x^*) \leq f(x)\ \forall x \in S$ "(p.59).

Definición 5: Conjunto factible o viable.

Se define región o conjunto factible Ω del problema (PPNL) al conjunto de todas sus soluciones factibles.

$$\Omega = \{x \in A \subseteq IR: x \text{ es una solución factible}\}.$$

CAPÍTULO III

HIPÓTESIS Y VARIABLES

3.1 Hipótesis

Hipótesis General

Es posible describir y comparar los métodos de optimización multiobjetivo NISE y $\boldsymbol{\varepsilon}$ – restricción para el modelo de Markowitz.

Hipótesis Específica

Es posible describir los métodos de optimización multiobjetivo NISE y $\boldsymbol{\varepsilon}$ – restricción para el modelo de Markowitz.

Es posible comparar los métodos de optimización multiobjetivo NISE y $\boldsymbol{\varepsilon}$ – restricción para el modelo de Markowitz.

3.1.1 Operacionalización de variables

Variable Dependiente (D)

D: Métodos de optimización multiobjetivo NISE y ε – restricción.

Variable Independiente (I)

I: Modelo de Markowitz

Forma parte del área de Detección Comprimida y Optimización de Portafolios.

Variable	Dimensiones	Indicadores	Método	Técnica
D	Método NISE Método ε – restricción Soluciones eficientes	Error máximo posible Optimización de la función objetivo Solución óptima	Método de escritorio o de biblioteca.	Revisión bibliográfica. Trabajo con equipo de investigación.
I	Problema de optimización de portafolio. Modelo de media varianza de Markowitz. Variables económicas.	Optimización de Inversión Problema de Optimización Control de riesgo, retornos esperados de la inversión y la matriz de Covarianza.	Método de escritorio o de biblioteca.	Revisión bibliográfica. Trabajo con equipo de investigación.

Fuente: Elaboración propia.

CAPÍTULO IV

DISEÑO METODOLÓGICO

4.1 Diseño metodológico

Tipo de Investigación

La investigación es de tipo básica, pura o fundamental, pues se utiliza las teorías ya existentes para profundizar en ellas, generando nuevos conocimientos o criterios.

Diseño de Investigación

Su diseño es transversal – descriptivo pues su propósito es conseguir resultados teóricos a partir de demostraciones formales de resultados ya conocidos con respecto a cada una de las variables. El método de las ciencias formales es el método deductivo, a partir de axiomas – verdades simples y evidentes, y deducir de ello todas las demás verdades, usando las leyes y reglas del razonamiento correcto que la lógica proporciona (Klimovsky, 2001).

4.2 Método de investigación

El método de investigación es básico teórico.

4.3 Población y muestra

No se aplica para este tipo de proyecto.

4.4 Lugar de estudio

El lugar de estudio fue en los ambientes del laboratorio de cómputo de la Facultad de Ciencias Naturales y Matemática.

4.5 Técnicas e instrumentos para la recolección de la información

No se aplica para este tipo de proyecto.

4.6 Análisis y procesamiento de datos.

Por la naturaleza del proyecto de investigación no se realiza ningún análisis estadístico, se muestra recolección de bibliográfica relevante (libros, páginas web, papers, etc.)

4.7. Aspectos Éticos en Investigación.

El presente trabajo cumple las normas establecidas (artículo 427-438 del Código Penal, Ley sobre el Derecho de Autor-Decreto Legislativo N° 822) en nuestro país, no incurriendo en el delito contra la fe pública.

4.8. Si la orientación es hacia un proyecto de inversión, considera: Estudio técnico, Estudio económico-financiero, Estudio de la organización administrativa.

No se aplica para este tipo de proyecto.

4.9. Si el proyecto se orienta al impacto ambiental, considera: Área de estudio, Evaluación del impacto ambiental, Medidas ecológicas, Plan de supervisión ambiental.

No se aplica para este tipo de proyecto.

CAPÍTULO V

CRONOGRAMA DE ACTIVIDADES

CRONOGRAMA DE PROYECTO DE INVESTIGACIÓN

Proyecto de tesis:	**"Descripción y Comparación de los Métodos de Optimización Multiobjetivo NISE y ε – Restricción para el Modelo de Markowitz"**
Tesista	José Fortunato Linares Alejo
Fecha de Inicio:	3/05/2021
Fecha de término:	3/11/2022

ACTIVIDADES	INICIO	FINAL	DUR. (Semanas)	MAYO				JUNIO				JULIO				AGOSTO			
				1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Capacitación Teórica	3/05/2021	23/05/2021	3																
Componente 1: Primer objetivo específico: Describir los métodos de optimización multiobjetivo NISE y ε- restricción para el modelo de Markowitz.	24/05/2021	20/06/2021	4																
Componente 2: Segundo objetivo específico: Comparar los métodos de optimización multiobjetivo NISE y ε- restricción para el modelo de Markowitz.	21/06/2021	18/07/2021	4																
Análisis y discusión de resultados	19/07/2021	15/08/2021	3																
Digitalización y defensa de tesis	16/08/2021	3/11/2022	2																

LEYENDA

- Controles y revisiones por asesor
- Clases, revisiones y presentaciones de anvance

Fuente: Elaboración propia

CAPÍTULO VI

PRESUPUESTO

ESPECIFICACIONES	COSTO (S/.)
Dispositivo de almacenamiento	100
Fotocopias y espiralados	150
Gastos de transporte	950
Material de escritorio	100
Papel de impresión	100
Revistas de la especialidad	700
Servicios de internet	200
Textos de especialidad	1000
Tipeo de impresión	200
Total	**S/. 3500**

Fuente: Elaboración propia

CAPÍTULO VII

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Canales, P. (2009). “*Introducción a la optimización e investigación de operaciones”* (t.1). Lima, Perú: Hozlo

Cohon, L. (1978). “*Multiobjective Programming and Planning*”. Academic Press, New York, 1978.

Fazzio, N. (2018). “*Teoría y métodos para problemas de optimización multiobjetivo*”, de la Universidad Nacional de la Plata (Argentina)

Fretel, I. (2018). “*Aplicación del modelo de Markowitz en el mercado de acciones peruano*” de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos (UNMSM – PERÚ)

Geoffrion M. (2015). “*Polynomial-time computation of the joint spectral radiusfor some sets of nonnegative matrices”*. SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications. 31. 10.1137/080723764.

Haimes, J. (1971). “*Métodos para problemas de optimización multiobjetivo*”,

Klimovsky, G. (2001). “*Los enigmas del descubrimiento científico*”. Alianza Editorial, Buenos Aires, 2005, pp. 256.

Markowitz, H. (1956). “*La optimización de una función cuadrática sujeta a lineal limitaciones*”. Naval Research Logistics Quarterly, 3: 111-133

Marglin, L. (1967). “*Nonnegative matrices in the mathematical sciences”*. Acedemic Press, Now York.

Miettinen, M. (1999). “*Nonlinear Multiobjective Optimization*”. Kluwer Academic Publishers, 1999.

Papa, E. (2009). “*Proximal point methods for quasiconvex and conv exfunctions with Bregman distances on Hadamard manifolds*” Academic Publishers.

Raimundo M. (2019). “*Una extensión del algoritmo de estimación de conjuntos no inferiores (NISE) para muchos objetivos*”, de la Universidad de Campinas (Brasil)

Sawaragi, P. (1985). “*Computationally efficient approximations of the joint spectral radius”* (Vol. 27). SIAM J. Matrx Al. doi:10.1137

Zadeh, A. (1963). *A course of modern analysis*: an introduction to the general theory of infinite processes and of analytic functions; with an acount of the principal transcendental functions

CAPÍTULO VIII

ANEXOS: Matriz de consistencia

Problema	Objetivos	Hipótesis	Metodología	Población
General	**General**	**General**	**Tipo de Investigación** La investigación es de tipo básica, pura o fundamental, pues se utiliza las teorías ya existentes para profundizar en ellas, generando nuevos conocimientos o criterios. **Diseño de la investigación** Su diseño es transversal – descriptivo púes su propósito es conseguir resultados teóricos a partir de demostraciones formales de resultados ya conocidos con respecto a cada una de las variables. **Método de la Investigación** Método de escritorio o de biblioteca **Técnica** Revisión bibliográfica. Trabajo con equipo de investigación.	**Población y Muestra** Por ser nuestro trabajo netamente abstracto, no existe población a estudiar.
¿Se podrá describir y comparar los métodos de optimización multiobjetivo NISE y ε – restricción para el modelo de Markowitz?	Describir y comparar los métodos de optimización multiobjetivo NISE y ε restricción para el modelo de Markowitz.	Es posible describir y comparar los métodos de optimización multiobjetivo NISE y ε – restricción para el modelo de Markowitz.		
Específico	**Específico**	**Específico**		
¿Se podrá describir los métodos de optimización multiobjetivo NISE y ε – restricción para el modelo de Markowitz? ¿Se podrá comparar los métodos de optimización multiobjetivo NISE y ε – restricción para el modelo de Markowitz?	Describir los métodos de optimización multiobjetivo NISE y ε restricción para el modelo de Markowitz. Comparar los métodos de optimización multiobjetivo NISE y ε restricción para el modelo de Markowitz.	Es posible describir los métodos de optimización multiobjetivo NISE y ε – restricción para el modelo de Markowitz. Es posible comparar los métodos de optimización multiobjetivo NISE y ε – restricción para el modelo de Markowitz.		

Fuente: Elaboración propia

Esquema Tentativo de la tesis